



Colle du 16/03 - Sujet 1
Séries et analyse asymptotique

Question de cours. Démontrer le théorème d'encadrement série-intégrale.

Exercice 1. Déterminer la nature de la série de terme général $\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n}$.

Exercice 2. Déterminer un $DL_7(0)$ de $f : x \mapsto \cos(\operatorname{sh}(x)) - \operatorname{ch}(\sin(x))$.



Colle du 16/03 - Sujet 2
Séries et analyse asymptotique

Question de cours. Énoncer et démontrer le théorème de comparaison.

Exercice 1. Déterminer la nature et calculer $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n}{(n+1)!}$

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto x - \ln(x)$.

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, il existe un unique $u_n \in]0; 1]$ tel que $f(u_n) = n$.
2. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge et déterminer sa limite.
3. Déterminer un équivalent de u_n quand $n \mapsto +\infty$.



Colle du 16/03 - Sujet 3
Séries et analyse asymptotique

Question de cours. Démontrer l'existence d'un supplémentaire.

Exercice 1. Déterminer la nature de $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{\ln(n(n+3))}{n(n+3)}$.

Exercice 2. Soit $f : x \mapsto \cos(x)^{1/x}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 et déterminer l'équation de sa tangente et sa position relative au voisinage de 0.